

# Zajęcia dokształcające z matematyki

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego "Poczuj chemię do chemii"

J.Stanek

Wydział Chemii UAM Poznań

Listopad 2009

# Jednomiany - treści podstawowe

## Definicja

Jednomianem zmiennej  $x$  nazywamy wyrażenie postaci  $ax^n$ , gdzie  $a \in \mathbb{R}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  i  $n \in \mathbb{N}$ .

## Definicja

Stopniem jednomianu jednej zmiennej postaci  $ax^n$  nazywamy **wykładnik potęgi** zmiennej  $x$ , w którym współczynnik liczbowy jest różny od zera.

## Przykład

- $3x^2$  - jednomian trzeciego stopnia zmiennej  $x$
- $-\sqrt{2}b$  - jednomian pierwszego stopnia zmiennej  $b$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} x^0$  - jednomian zerowego stopnia (np. zmiennej  $x$ )
- $z^4$  - jednomian czwartego stopnia zmiennej  $z$

# Jednomiany - treści podstawowe

Dwa jednomiany nazywamy podobnymi, jeśli różnią się co najwyżej współczynnikami liczbowymi.

Przykłady jednomianów podobnych

- $-3z^2$ ;  $\frac{2}{5}z^2$
- $\sqrt{2}x^6$ ;  $-2.5x^6$
- $3^{-\frac{2}{3}}\alpha^4$ ;  $-9\alpha^4$

# Wielomiany - treści podstawowe

Wyrażenie algebraiczne będące sumą jednomianów nazywamy wielomianem.

Przykłady wielomianów

- $-3z^2$
- $\sqrt{2}x^6 - 2.5x^4 + 7$
- $-\frac{3}{4}\alpha - 9\alpha^2$

Wielomian będący sumą dwóch (trzech, czterech,...itd.) jednomianów nazywamy dwumianem (trójmianem,...itd.)

Przykłady dwumianów

- $2x^2 - 5$
- $-4x + 7y^3$

# Wielomiany - treści podstawowe

## Definicja

Wielomianem zmiennej  $x$  nazywamy wyrażenie postaci

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0,$$

gdzie  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$  i  $n \in \mathbb{N}_+$  i  $x \in \mathbb{R}$ . Wyrażenie algebraiczne będące sumą jednomianów nazywamy wielomianem.

## Definicja

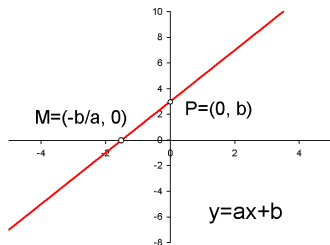
Stopniem wielomianu jednej zmiennej nazywamy największy wykładnik potęgi zmiennej, dla której współczynnik jest różny od zera.

# Funkcja liniowa - wiadomości ogólne

## Definicja

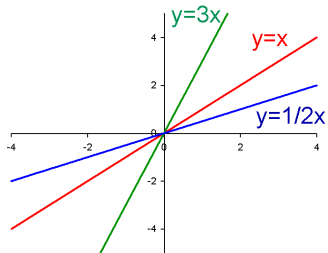
Funkcję określoną wzorem  $f(x) = ax + b$ , gdzie  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}$  i  $x \in \mathbb{R}$  nazywamy funkcją liniową.

Liczbę  $a$  nazywamy współczynnikiem kierunkowym, natomiast liczbę  $b$  - wyrazem wolnym. Dziedziną i przeciwdziedziną funkcji liniowej jest zbiór liczb rzeczywistych  $\mathbb{R}$ .

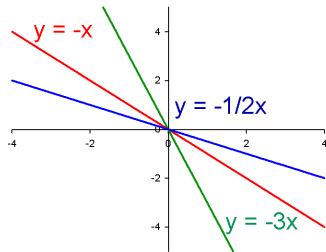


# Funkcja $f(x)=ax$

Wykresem funkcji  $f(x) = ax$  jest prosta, do której należy początek układu współrzędnych  $(0, 0)$  oraz punkt o współrzędnych  $(1, a)$ .



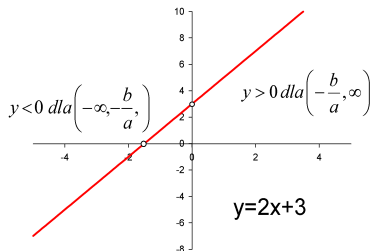
Wykres funkcji  $f(x) = ax$  dla  
 $a > 0$



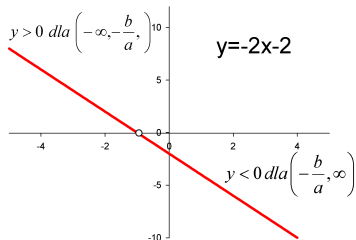
Wykres funkcji  $f(x) = ax$  dla  
 $a < 0$

# Wykres, miejsce zerowe, monotoniczność, znak funkcji

## $f(x) = ax + b$



Wykres funkcji  $f(x) = ax + b$  dla  $a > 0$

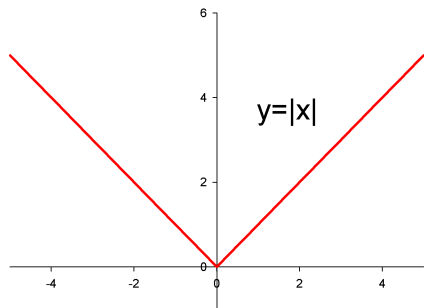


Wykres funkcji  $f(x) = ax + b$  dla  $a < 0$

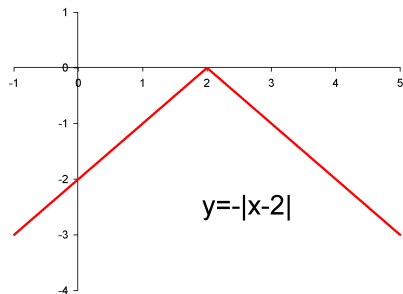


# Funkcja $f(x) = |ax+b|$

## Przykłady



$$y = |x| = \begin{cases} x & \text{dla } x \geq 0 \\ -x & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$



$$y = -|x-2| = \begin{cases} -(x-2) & \text{dla } x \geq 2 \\ (x-2) & \text{dla } x < 2 \end{cases}$$

# Układy równań i nierówności I stopnia z dwiema niewiadomymi

## Definicja

Układem równań liniowych z dwiema niewiadomymi nazywamy każdy

układ postaci: 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$
, gdzie  $a_i, b_i, c_i, x, y \in \mathbb{R}, i = \{1, 2\}$ .

Rozwiązanie układu równań liniowych może prowadzić do

- pojedynczej pary liczb spełniającej taki układ (układ oznaczony; równania niezależne)
- nieskończenie wielu par liczb spełniających taki układ (układ nieoznaczony; równania zależne)
- braku liczb spełniających taki układ (układ sprzeczny)

# Metody rozwiązywania

- Metody algebraiczne
  - Metoda podstawienia
  - Metoda przeciwnych współczynników
  - Metoda wyznaczników
- Metoda graficzna

Przykład

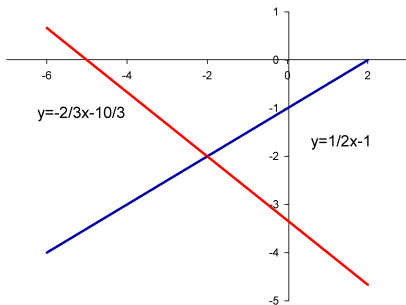
$$\begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ -x + 2y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ -x + 2y = -2 \quad / \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ -2x + 4y = -4 \quad + \end{cases}$$

$$7y = -14 \Rightarrow y = -2;$$

$$2x + 3 \cdot (-2) = -10 \Rightarrow x = -2$$



# Nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi

## Definicja

Rozwiązać nierówność liniową o dwóch niewiadomych, to znaczy znaleźć zbiór wszystkich par liczb spełniających tę nierówność

## Przykład

$$\begin{cases} 2x + y > 3 \\ x - y \leq 1 \end{cases}$$

Wykresem każdej z nierówności jest jedna z półpłaszczyzn (z prostą lub bez), na które dzieli płaszczyznę prosta o równaniu  $ax + by + c = 0$

