

Projekt Poczuj chemię do chemii – zwiększenie liczby absolwentów kierunku CHEMIA na Uniwersytecie im.  
Adama Mickiewicza w Poznaniu.

## Funkcje i ich właściwości - zadania

- Wyznacz dziedzinę funkcji
  - $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$
  - $f(x) = \frac{3x-6}{x^2-1}$
  - $f(x) = \sqrt{2x+8}$
  - $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-2}}$
  - $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$
- Wyznacz zbiór wartości funkcji
  - $f(x) = \frac{1}{2}x - 6$  i  $0 \leq x < 9$
  - $f(x) = x^2 - 4$  i  $x \in \mathbb{N}$  i  $x < 10$
  - $f(x) = |2x - 4|$  i  $x \in (0; 9)$
  - $f(x) = \frac{1}{x+4}$  i  $x \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$
- Sporządź wykres funkcji
  - $f(x) = 2x - 3$  i  $x \in (-2; 4)$
  - $f(x) = 3x - 1$  i  $x \in \mathbb{N}$
  - $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{dla } x \in (-2; 1) \\ x - 3 & \text{dla } x \in (1; 4) \end{cases}$
  - $f(x) = 2x - 5$  i  $x \in \mathbb{R}_+$
- Wyznacz miejsca zerowe funkcji
  - $f(x) = 81 - x^2$
  - $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5}$
  - $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 6}$
  - $f(x) = (x + 1)^2 - 4$
- Jak z wykresu funkcji  $f(x) = x^2$  można otrzymać wykres funkcji
  - $f(x) = x^2 + 3, f(x) = x^2 - 4$
  - $f(x) = (x + 1)^2, f(x) = (x - 3)^2$
  - $f(x) = -(x + 1)^2 + 3, f(x) = (x - 2)^2 - 1$
- Które z podanych funkcji są parzyste (nieparzyste)?
  - $f(x) = 2x^2, f(x) = 2x^2 - 4$
  - $f(x) = x^3, f(x) = x^3 - 8$
  - $f(x) = x^2 + x^4, f(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$
- Znajdź funkcję odwrotną (o ile istnieje) do podanej
  - $f(x) = 2x^2 + 5,$
  - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 3$

Projekt Poczuj chemię do chemii – zwiększenie liczby absolwentów kierunku CHEMIA na Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza w Poznaniu.

- c.  $f(x) = x^2 + 3$  dla  $x \geq 0$   
d.  $f(x) = \sqrt{x-1}$  dla  $x \geq 1$
8. Zbadaj monotoniczność funkcji w podanej dziedzinie
- a.  $f(x) = 2x - 6$  dla  $x \in (-\infty, \infty)$   
b.  $f(x) = \frac{2x}{x+1}$  dla  $x \in (-1, \infty)$   
c.  $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$  dla  $x \in (-\infty, -1/2)$   
d.  $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+5}$  dla  $x \in (-\infty, 2)$
9. Dla funkcji  $g(x) = f^{-1}(x) = 5x^3 - 6$  gdzie  $f(x) = \sqrt[3]{(x+6)/5}$  sprawdź równość  $f(g(x)) = x$  oraz  $g(f(x)) = x$ .
10. Dla funkcji  $f(x) = \frac{2x-1}{x+4}$  wyznacz funkcję odwrotną  $f^{-1}(x)$  a następnie znajdź postać funkcji złożonej  $h(x) = f(f^{-1}(x))$ .
11. Wykaż, że funkcje  $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$  oraz  $g(x) = \frac{3x+2}{x-1}$  są wzajemnie odwrotne.
12. Dane są funkcje  $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$  oraz  $g(x) = x^2 + 3x^3$ . Znajdź funkcję  $h(x)$  będącą złożeniem  $f \circ g = f(g(x))$  oraz  $g \circ f = g(f(x))$ .
13. Dane są funkcje  $f(x) = \sqrt{5x-2}$  oraz  $g(x) = 3x^2$ . Znajdź funkcję  $h(x)$  będącą złożeniem  $f \circ g(x) = f(g(x))$  oraz  $g \circ f(x) = g(f(x))$ .
14. Dane są funkcje  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  oraz  $g(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ . Znajdź funkcję  $h(x)$  będącą złożeniem  $f \circ g = f(g(x))$  oraz  $g \circ f = g(f(x))$ .
15. Dana jest funkcja określona wzorem A)  $f(x) = -2x^2 - 1$ , B)  $f(x) = |x - 3|$ . Znajdź wzór funkcji, której wykres jest symetryczny względem
- a. osi  $x$   
b. osi  $y$   
c. początku układu współrzędnych
16. Prędkość rozchodzenia się fali dźwiękowej w powietrzu wynosi ok.  $340 \text{ m/s}$ . Czas jaki upłynął od błysku w czasie burzy do grzmotu wyniósł  $14 \text{ s}$ . W jakiej odległości od miejsca pomiaru uderzył piorun.
17. Średnie zużycie benzyny w czasie jazdy samochodem marki Fiat 125p przy pedkości  $60 \text{ km/h}$  wynosi  $8,5 \text{ l}$ , natomiast przy prędkości  $120 \text{ km/h}$  -  $14 \text{ l}$ . Znajdź odległość jaką można pokonać tym pojazdem jeżeli pojemność baku w tym samochodzie wynosi  $45 \text{ l}$ .