

Projekt Poczuj chemię do chemii – zwiększenie liczby absolwentów kierunku CHEMIA na Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza w Poznaniu.

Wyrażenia i funkcje wymierne - zadania

- Wyznacz dziedzinę funkcji f , jeśli
 - $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$,
 - $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^3 - 1}$,
 - $f(x) = \frac{(2 - x)^3}{(x - 3)^2}$.
- Napisz równanie hiperboli, która jest obrazem hiperboli będącej wykresem funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$ przy przesunięciu o wektor a) $[1, 1]$, b) $[3, -4]$, c) $[-2, -1]$.
- Wyznacz równania asymptot i współrzędne środka symetrii hiperbol będących wykresami podanych funkcji homograficznych:
 - $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}$,
 - $f(x) = \frac{x + 2}{x - 2}$,
 - $f(x) = \frac{-2x + 5}{4x - 13}$.
- Napisz równanie hiperboli o podanych asymptotach, jeżeli wiadomo, że należy do niej punkt $(0, 0)$
 - $x = 1, y = 1$
 - $x = -3, y = 4$.
- Naszkiej wykres funkcji
 - $f(x) = \frac{2x + 1}{x}$,
 - $f(x) = \frac{3}{x - 1}$,
 - $f(x) = \frac{2x - 1}{3x + 2}$,
 - $f(x) = \frac{1}{3x + 4}$,
 - $f(x) = \frac{x}{2x - 3}$,
 - $f(x) = \frac{-2x - 1}{x - 1}$.
- Jaki związek powinien zachodzić pomiędzy a, b, c i d , aby wyrażenie $\frac{ax + b}{cx + d}$ przyjmowało tę samą wartość dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq -\frac{d}{c}$.
- Skróć wyrażenia wymierne:
 - $\frac{x^2 - 2xy}{xy - 2y^2}$

Projekt Poczuj chemię do chemii – zwiększenie liczby absolwentów kierunku CHEMIA na Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza w Poznaniu.

b. $\frac{2x^3 - 2y^3}{5x^2 - 5y^2}$

c. $\frac{ac - bc + ad - bd}{ac + bc + ad + bd}$

8. Wykonaj działania:

a. $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x + y}{2x - 2y} + 1$

b. $\frac{3x + 2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{6}{x^2 - 1} + \frac{3x - 2}{x^2 + 2x + 1}$

c. $\frac{1}{a - b} - \frac{3ab}{a^3 - b^3} - \frac{b - 2}{a^2 + ab + b^2}$

d. $\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{2x + 2y}{ax^2 + 2axy + ay^2}$

e. $\frac{a^4 - x^4}{a^3 - x^3} : \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}$

f. $\frac{ab + bc + ac + c^2}{ab - ac - bc + c^2} : \frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}$

g. $\left(\frac{5a}{a+x} + \frac{5x}{a-x} + \frac{10ax}{a^2 - x^2} \right) : \left(\frac{a}{a+x} + \frac{x}{a-x} - \frac{2ax}{a^2 - x^2} \right)$

h. $\left[\left(1 - \frac{2}{1-3a} \right) \left(1 - \frac{9a-9a^2}{3a+1} \right) \right] : [2(1-9a^2)]$

9. Czy następujące równania są równoważne w zbiorze \mathbb{R} liczb rzeczywistych ?

a. $x^2 - 5x + 6 = 0$ oraz $\frac{x^2}{x-3} = \frac{5x-6}{x-3}$,

b. $x^2 - 5x + 6 = 0$ oraz $\frac{x^2}{x-4} = \frac{5x-6}{x-4}$,

c. $(x-1)^2 = x+1$ oraz $\frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{x+1}$,

10. Dla jakich wartości a i b wyrażenia $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$ i $\frac{1}{x^2 - 8x + 12}$ są równe?

11. Rozwiąż równania

a. $\frac{2x+3}{x-4} = 5$,

b. $\frac{2x-1}{x+4} = 0$,

c. $\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = 1$,

d. $\frac{x-3}{4} + \frac{x-4}{3} = \frac{x-5}{2} + \frac{x-4}{8}$,

e. $\frac{3x-2}{3} - \frac{9-2x}{3} = \frac{x+2}{2}$,

f. $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{2x-2} = -\frac{5}{2}$,

g. $\frac{6}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} + 1 = \frac{2}{x-1}$,

h. $\frac{6-x}{1-x^2} - \frac{x+3}{x-x^2} = \frac{x+5}{x+x^2}$,

i. $\frac{x+2}{x-2} = \frac{x+3}{x-3} + \frac{2}{x^2-5x+6}$.

12. Rozwiąż nierówności

Projekt Poczuj chemię do chemii – zwiększenie liczby absolwentów kierunku CHEMIA na Uniwersytecie im.
Adama Mickiewicza w Poznaniu.

- a. $\frac{3x+2}{2x+3} > 1$,
- b. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{x^2+1}{x(x+1)}$,
- c. $\frac{x^2+x-45}{x-6} \leq \frac{3x+1}{2}$,
- d. $\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2} \geq 1$,
- e. $x + \frac{2}{x} > 3$,
- f. $\frac{2x^3+3x^2+4x-5}{x^3+x+2} < 2$.
13. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $\frac{x+1}{2x-1} - \frac{2x+1}{x-1} = m$ ma dwa pierwiastki, których suma jest mniejsza od m .
14. Rozwiąż równania
- a. $\frac{4|x|-3}{x} = x$,
- b. $\frac{x+1}{|x|} = 2x+1$,
- c. $\left| \frac{x-6}{x-2} \right| = x-1$,
- d. $\left| \frac{1}{x+2} \right| = \left| \frac{2}{x-1} \right|$.
15. Rozwiąż nierówności
- a. $\left| \frac{2x-1}{x+2} \right| < 2$,
- b. $\left| \frac{2x-5}{x+3} \right| > 1$,
- c. $\left| \frac{x-1}{2x} - \frac{1}{x} \right| \leq 1$,
- d. $\left| \frac{x^2+2x-36}{x^2-4} \right| - 1 \geq 0$.
16. Naszkicuj wykres funkcji
- a. $f(x) = \frac{1}{x^2}$,
- b. $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} - 2$.