

Projekt Poczuj chemię do chemii – zwiększenie liczby absolwentów kierunku CHEMIA na Uniwersytecie im.
Adama Mickiewicza w Poznaniu.

Funkcje trygonometryczne. Wzory redukcyjne.

1. Korzystając z poniższych rysunków, wyznacz wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $45^\circ, 30^\circ, 60^\circ$.

2. Uzupełnij podane wzory

$$\begin{array}{ll} \sin(\pi + \alpha) = & \sin(\pi - \alpha) = \\ \cos(\pi + \alpha) = & \cos(\pi - \alpha) = \\ \tan(\pi + \alpha) = & \tan(\pi - \alpha) = \\ (\pi + \alpha) = & (\pi - \alpha) = \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \sin \frac{\pi}{2} + \alpha = & \sin \frac{\pi}{2} - \alpha = \\ \cos \frac{\pi}{2} + \alpha = & \cos \frac{\pi}{2} - \alpha = \\ \tan \frac{\pi}{2} + \alpha = & \tan \frac{\pi}{2} - \alpha = \\ \frac{\pi}{2} + \alpha = & \frac{\pi}{2} - \alpha = \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \sin \frac{3}{2}\pi + \alpha = & \sin \frac{3}{2}\pi - \alpha = \\ \cos \frac{3}{2}\pi + \alpha = & \cos \frac{3}{2}\pi - \alpha = \\ \tan \frac{3}{2}\pi + \alpha = & \tan \frac{3}{2}\pi - \alpha = \\ \frac{3}{2}\pi + \alpha = & \frac{3}{2}\pi - \alpha = \end{array}$$

3. a) Zamień miarę stopniową na łukową dla kątów $5^\circ, -300^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 270^\circ$.
b) Zamień miarę łukową na stopniową dla kątów $\frac{\pi}{12}$ rad, $\frac{5}{6}$ rad.
4. Oblicz $\sin \frac{3}{2}\pi, \frac{3}{4}\pi, \sin \frac{5}{6}\pi, \tan \frac{5}{3}\pi, -\frac{23}{4}\pi, \cos \frac{407}{6}\pi$ korzystając ze wzorów redukcyjnych.
5. Podane liczby uporządkuj rosnąco
- a) $\cos 0, \cos 1, \cos \frac{\pi}{3}, \cos \pi$;
- b) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, 3, \frac{\pi}{2}$.

Projekt Poczuj chemię do chemii – zwiększenie liczby absolwentów kierunku CHEMIA na Uniwersytecie im.
Adama Mickiewicza w Poznaniu.

Tożsamości, równania i nierówności trygonometryczne

1. Przekształć do najprostszej postaci wyrażenia:

- a. $\frac{\sin^2(\alpha)}{1-\sin^2(\alpha)} \cdot \operatorname{ctg}^2(\alpha)$
- b. $\frac{1}{\cos^2(\alpha)} - \operatorname{tg}^2(\alpha)$
- c. $\frac{\operatorname{tg}^2(\alpha)+1}{\operatorname{ctg}^2(\alpha)+1}$
- d. $\frac{1}{\cos^2(\alpha)} - \sin^2(\alpha) - \operatorname{tg}^2(\alpha)$
- e. $\frac{1}{\sin(\alpha)\cos(\alpha)} - \operatorname{tg}(\alpha)$
- f. $\frac{1+\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} + \frac{\sin(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}$
- g. $[\operatorname{tg}^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)] \cdot \operatorname{ctg}^2(\alpha)$
- h. $[1 + \sin(\alpha)] \cdot \left[\frac{1}{\cos(\alpha)} - \operatorname{tg}(\alpha) \right]$

2. Wykaż tożsamości:

- a) $(2 \sin^2 x - 1)(2 \sin^2 y - 1) = \cos^2(x + y) - \sin^2(x - y)$,
- b) $2x - \sin^2 x = \sin^2 x \cdot 2x$,
- c) $\frac{1}{1+x \cdot 2x} = \cos 2x$,

3. Rozwiąż równania:

- a) $\cos 4x = -1$,
- b) $\tan x = \sqrt{3}$,
- c) $\cos \frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} = 0$.
- d) $\sin x + \cos x = 0$,
- e) $\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$
- f) $\sin x + \cos x = 1$

4. Rozwiąż nierówności

- a) $\tan x < \sqrt{3}$,
- b) $\sin x + \cos x > 0$,
- c) $\sin x \cos x < \frac{1}{4}$,
- d) $\tan 2x > \tan x$,
- e) $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 \geq 0$. Wskazówka podstaw nową zmienną za $\cos x$,
- f) $\cos^2 x - 5 \cos x < 0$,
- g) $|\sin 2x| < \frac{1}{2}$.